

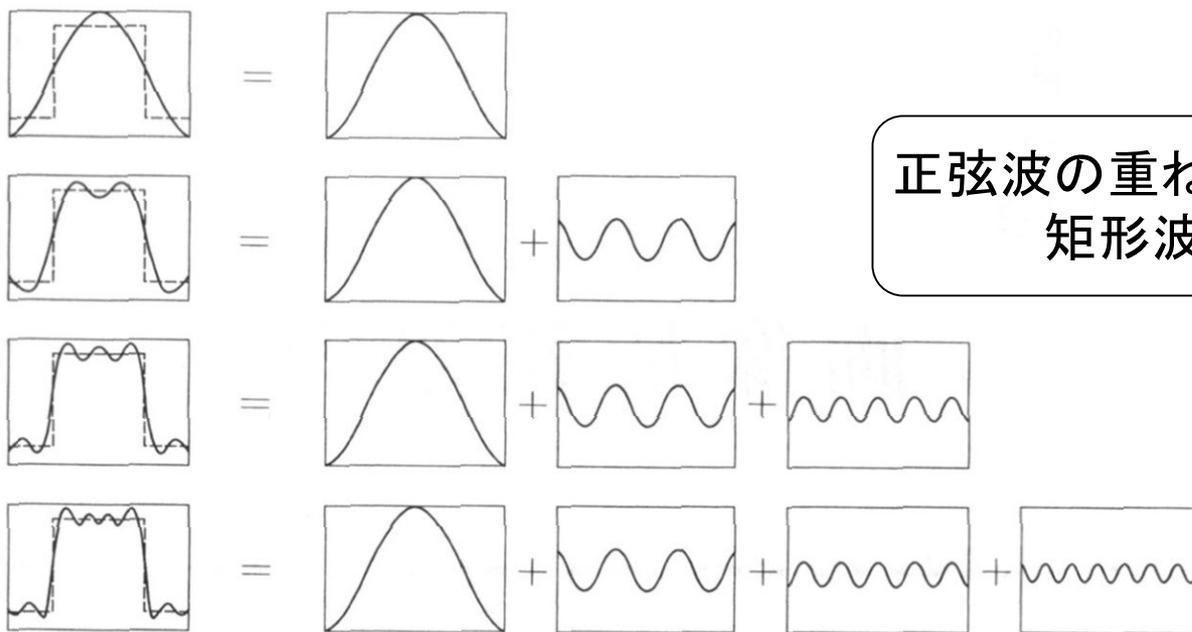
# 画像処理工学

画像の空間周波数解析とテクスチャ特徴

# フーリエ変換の基本概念

## • 信号波形のフーリエ変換

- 信号波形を周波数の異なる三角関数(正弦波など)に分解する
- 逆に, 周波数の異なる三角関数を重ねあわせることにより, 任意の信号波形を合成できる



正弦波の重ね合わせによる  
矩形波の表現

# フーリエ変換の基本概念

## • フーリエ変換

### – 1次元信号 $f(t)$ のフーリエ変換

$$\text{変換} \quad F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad \because e^{-j\omega t} = \cos(\omega t) - j \sin(\omega t)$$

$$\text{逆変換} \quad f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad \because e^{j\omega t} = \cos(\omega t) + j \sin(\omega t)$$

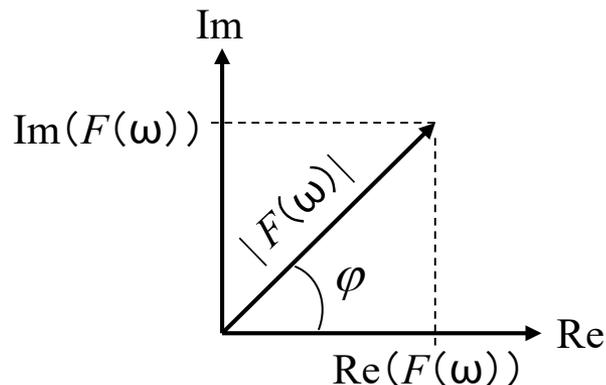
$F(\omega)$  は複素数となるので

$F(\omega)$  の実数部を  $\text{Re}(F(\omega))$ , 虚数部を  $\text{Im}(F(\omega))$

とすると

$$F(\omega) = \text{Re}(F(\omega)) + j \text{Im}(F(\omega))$$

として, 複素平面上のベクトルで表現できる



# フーリエ変換の基本概念

## • フーリエ変換

### – 振幅スペクトル

- $f(t)$ に含まれる周波数 $\omega$ の複素正弦波の振幅

$$|F(\omega)| = \sqrt{\operatorname{Re}(F(\omega))^2 + \operatorname{Im}(F(\omega))^2}$$

### – 位相スペクトル

- $f(t)$ に含まれる周波数 $\omega$ の複素正弦波の初期位相

$$\varphi(\omega) = \tan^{-1} \left\{ \frac{\operatorname{Im}(F(\omega))}{\operatorname{Re}(F(\omega))} \right\}$$

### – パワースペクトル

- $f(t)$ に各周波数成分がどの程度の強さで含まれるか

$$|F(\omega)|^2 = \operatorname{Re}(F(\omega))^2 + \operatorname{Im}(F(\omega))^2$$

信号  $f(t)$  は  
周波数 $\omega$ の複素正弦波に  
分解できることを意味する



# 画像のフーリエ変換

- $M \times N$  の画像データ  $f(x, y)$  の離散フーリエ変換

変換 (DFT) 
$$F(k, l) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) W_M^{xk} W_N^{yl}$$
  
有限データの変換  $\therefore W_M = e^{-2j\pi/M}, W_N = e^{-2j\pi/N}$

逆変換 (IDFT) 
$$f(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{l=0}^{N-1} F(k, l) W_M^{-xk} W_N^{-yl}$$
  
 $\therefore W_M = e^{2j\pi/M}, W_N = e^{2j\pi/N}$

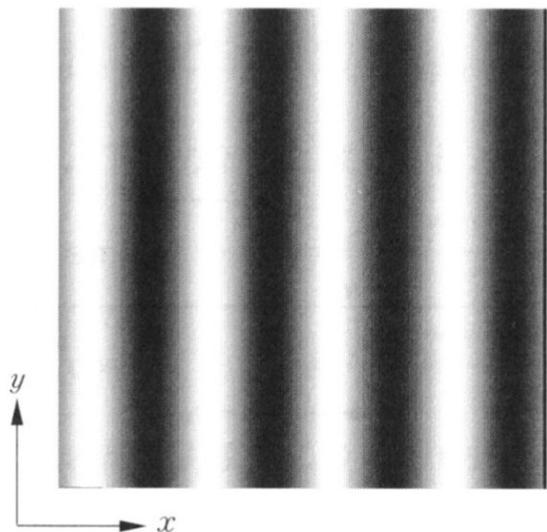
パワースペクトル  $|F(k, l)| = \sqrt{\operatorname{Re}(F(k, l))^2 + \operatorname{Im}(F(k, l))^2}$

位相スペクトル  $e^{j\varphi(k, l)} = \frac{F(k, l)}{|F(k, l)|}$  or  $\varphi(k, l) = \tan^{-1} \left\{ \frac{\operatorname{Im}(F(k, l))}{\operatorname{Re}(F(k, l))} \right\}$

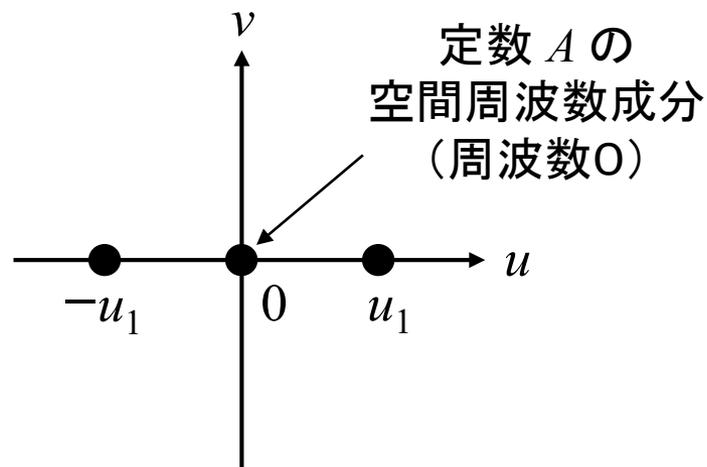
# 画像の空間周波数

## • 画像の空間周波数

- 画像信号では、単位長に存在する濃淡の縞模様の数で周波数(空間周波数)が定義される



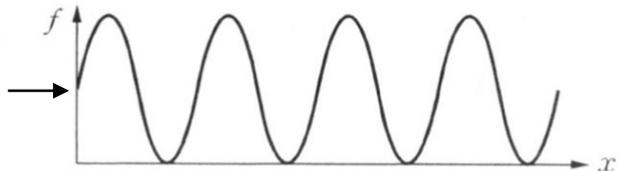
⇒  
フーリエ  
変換



空間周波数領域での表現

x 軸方向にのみ  
濃淡変化(縞模様)がある場合

周波数  $u$  の  
正弦波

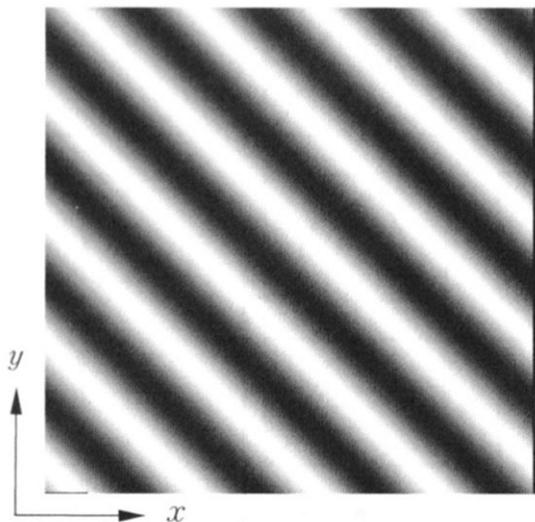


$$f(x, y) = A \sin u_1 x + A \text{ の画像}$$

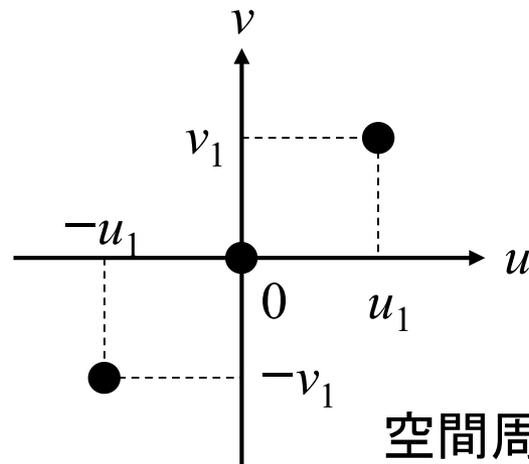
# 画像の空間周波数

- 空間周波数が表す特徴

- 空間周波数が低いと濃淡変化が滑らか（縞模様の数  
が少ない）
- 空間周波数が高いと濃淡変化が激しい（縞模様の数  
が多い）



⇒  
フーリエ  
変換



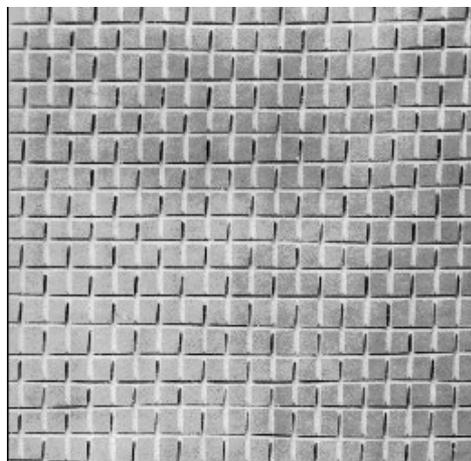
$$f(x, y) = A \sin(u_1 x + v_1 y) + A$$

の画像

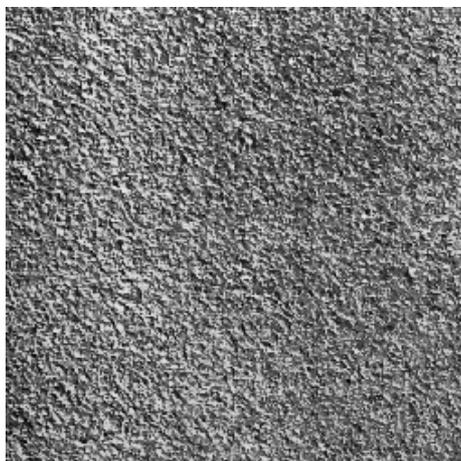
$x$  軸および  $y$  軸方向にのみ  
濃淡変化（縞模様）がある場合

# テクスチャパターンの空間周波数

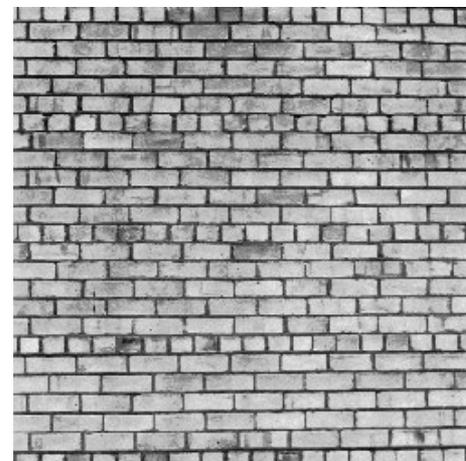
- テクスチャの例



タイル



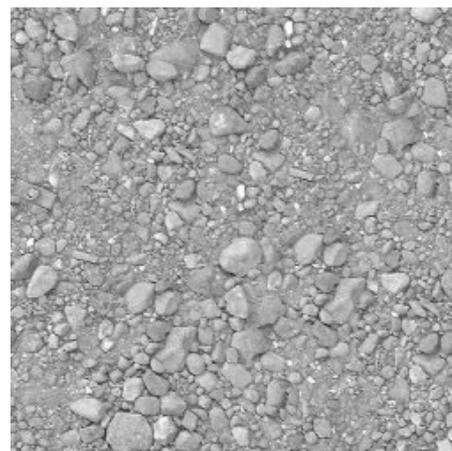
コンクリート



レンガ



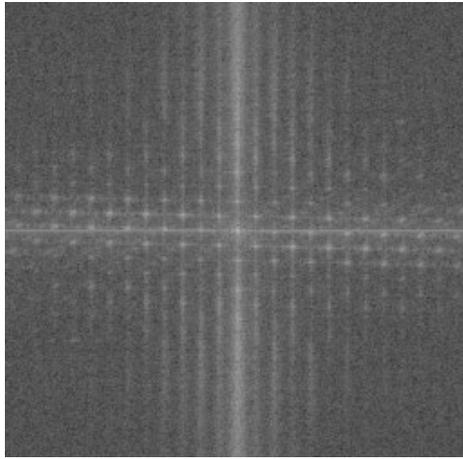
木目



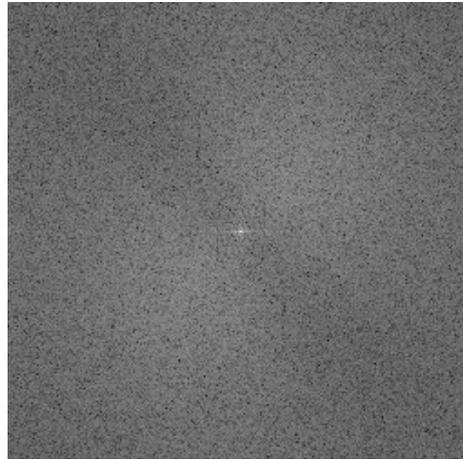
砂利

# テクスチャパターンの空間周波数

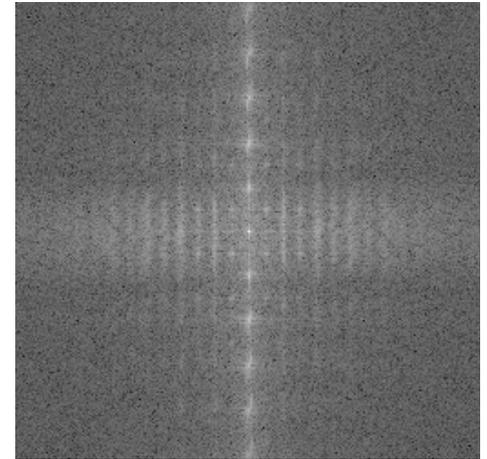
- テクスチャのフーリエパワースペクトル



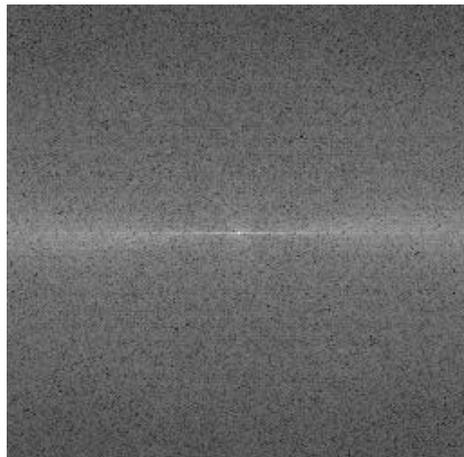
タイル



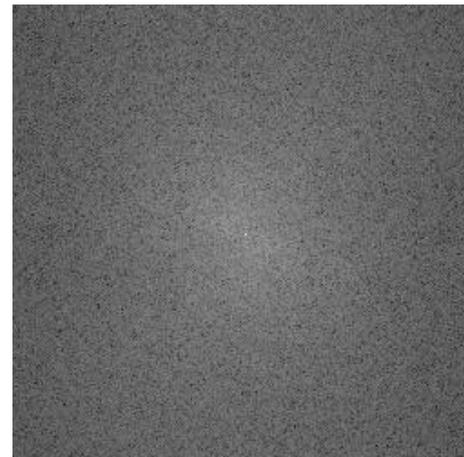
コンクリート



レンガ



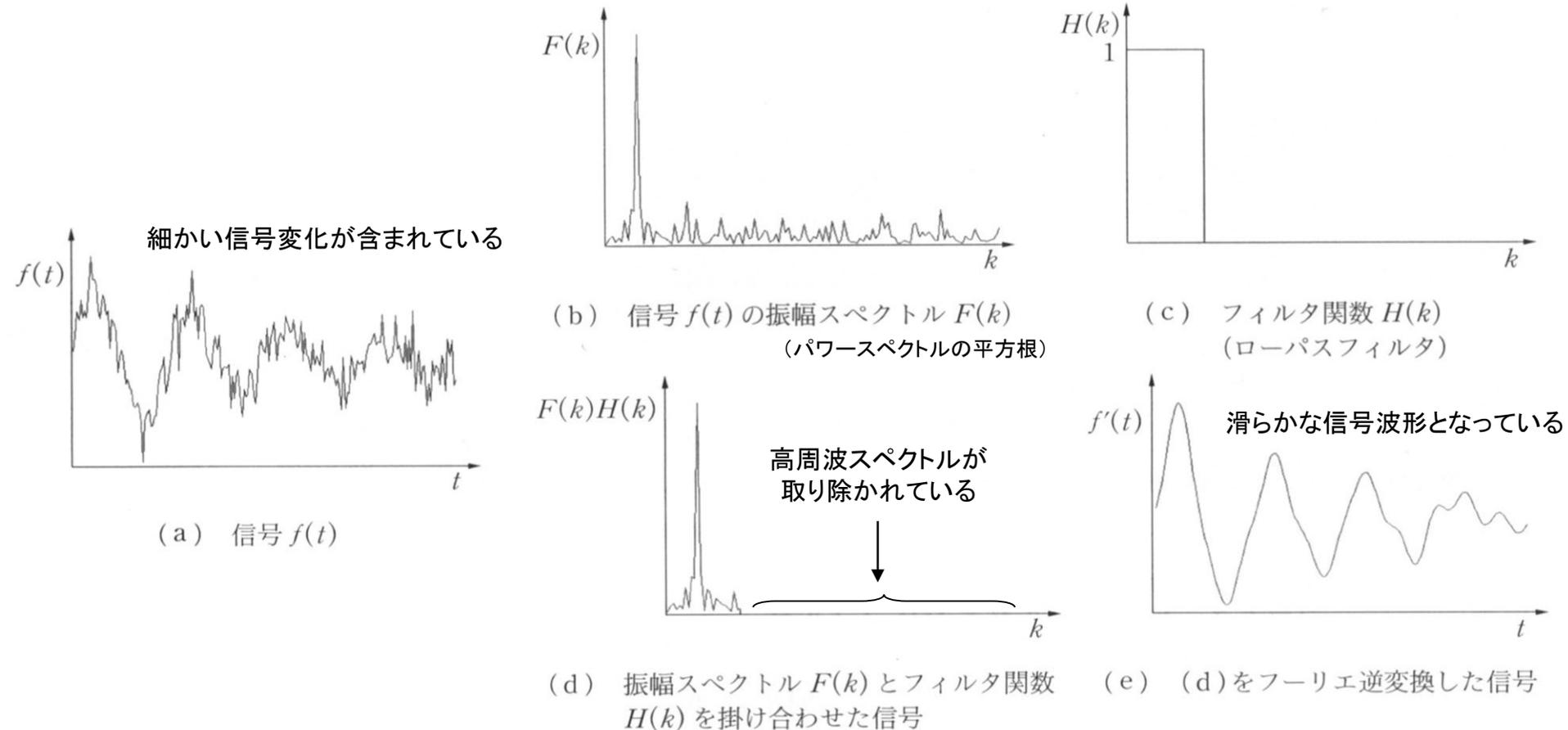
木目



砂利

# 画像の周波数スペクトル

## • 周波数スペクトルの基礎概念



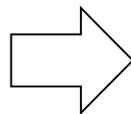
すなわち、細かい濃淡変化の成分は高周波スペクトルに対応する  
逆に、滑らかな濃淡変化の成分は低周波スペクトルに対応する

# 画像の空間周波数特徴

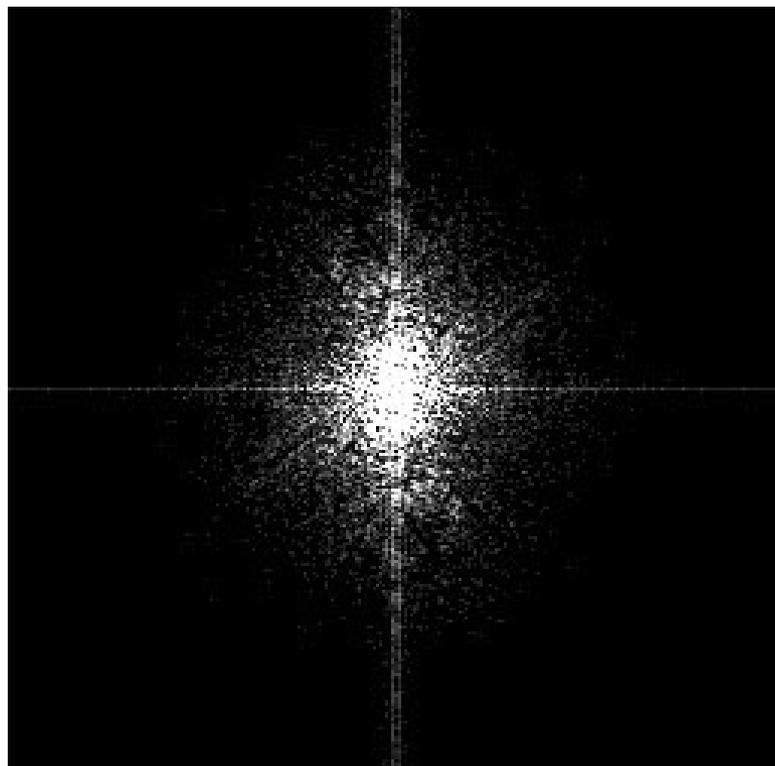
- 画像の空間周波数スペクトル



オリジナル画像



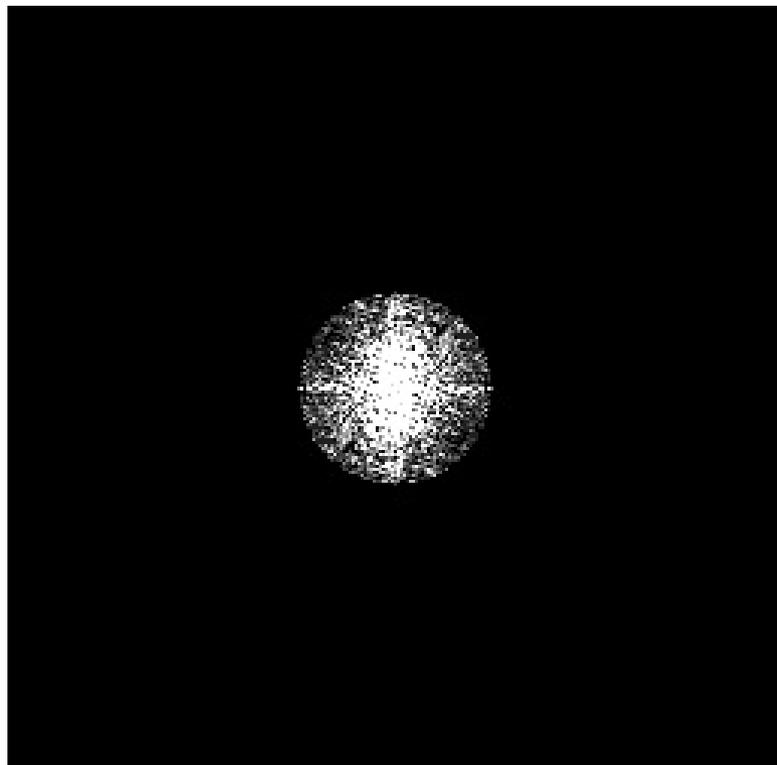
フーリエ  
変換



パワースペクトル

# 画像の空間周波数特徴

- 低周波数スペクトル特徴



⇒  
逆フーリエ  
変換

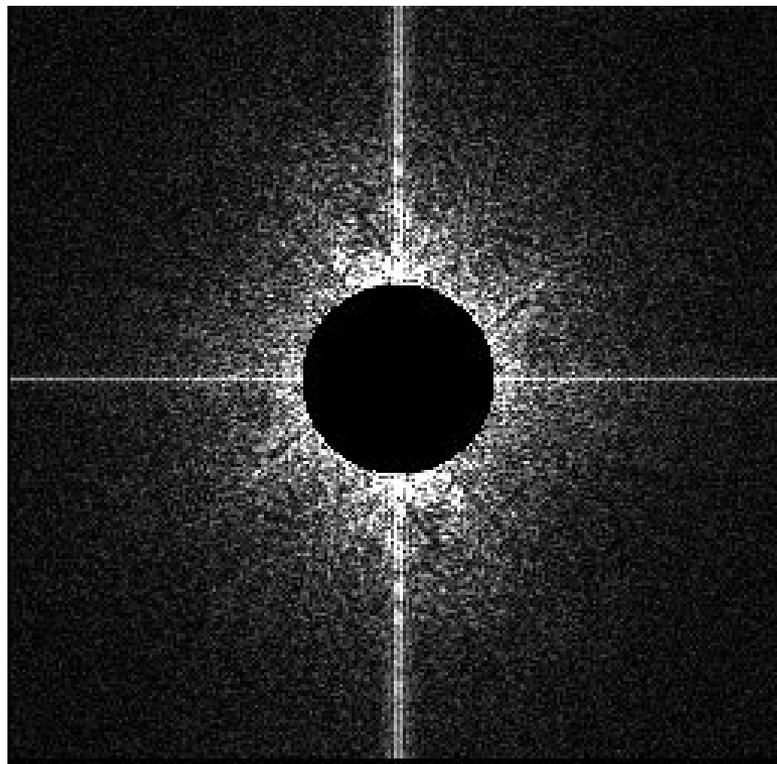


低周波成分だけを残す

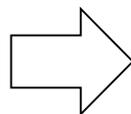
滑らかな濃淡変化だけ残る  
(変化が急なところも滑らかに)

# 画像の空間周波数特徴

- 高周波数スペクトル特徴



高周波成分だけを残す



逆フーリエ  
変換



急な, 細かい濃淡変化  
のところだけ残る  
(滑らかな変化がなくなる)

# テクスチャとは

- テクスチャ
  - 何らかの規則的な細かな濃度変化が表す模様
  - 繰り返し模様のような、規則性をもつ周期的なパターンによって構成される画像
- テクスチャ特徴
  - テクスチャの性質(粗さ, 方向性, 粒状／線状性, コントラスト, 規則性など)を定量的に表したもの
- テクスチャ解析
  - テクスチャに基づいて分類や領域分割を行う

# テクスチャ特徴

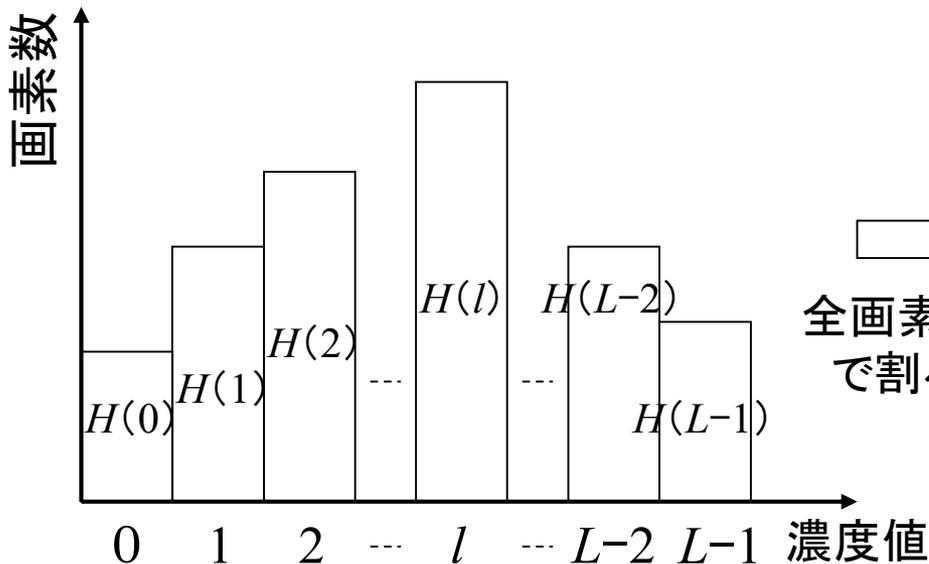
- ヒストグラム特徴(1次統計量)
  - 濃度ヒストグラムやエッジに関するヒストグラムを用いて特徴量を計算
- 差分統計量
  - 一定区間だけ離れた2つの画素の濃度値の差を用いる
- 濃度共起行列(2次統計量)
  - 2つの画素(濃度値)の配置具合を示す濃度共起行列で特徴を表す
- フーリエ(パワースペクトル)特徴
  - 画像をフーリエ変換し, その空間周波数成分の分布から特徴を求める(空間周波数解析にて説明)

# テクスチャ特徴

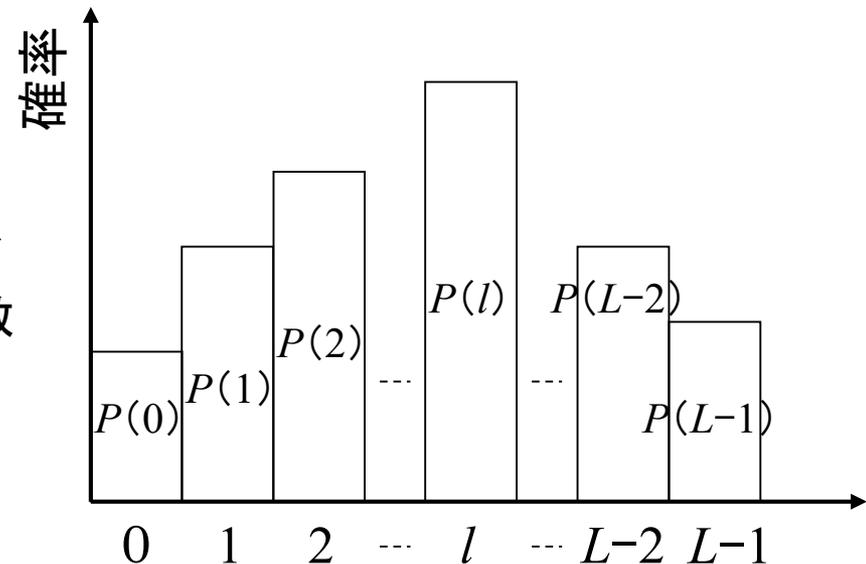
- ヒストグラム特徴 (1次統計量)

- 濃度ヒストグラム (濃度値) の平均値, 分散
- ヒストグラムの形状を表す統計量を求める

⇒ 確率密度関数として各種統計量を計算する



全画素数  
で割る



濃度ヒストグラム :  $H(l)$

擬似的な確率密度関数 :  $P(l)$

# テクスチャ特徴

## • ヒストグラム特徴 (1次統計量)

### – 平均値

- ヒストグラム分布が濃度値の高い方に偏っていれば大きな値

$$\text{MEN} = \sum_{l=0}^{L-1} l \cdot P(l)$$

### – 分散

- 平均値から離れた濃度値の画素が多く存在していれば大きな値

$$\text{VAR} = \sum_{l=0}^{L-1} (l - \text{MEN})^2 \cdot P(l)$$

### – コントラスト

- ヒストグラム分布が濃度値の高い方に偏っていれば大きな値

$$\text{CNT} = \sum_{l=0}^{L-1} l^2 \cdot P(l)$$

# テキストチャ特徴

## • ヒストグラム特徴 (1次統計量)

### – 歪度 (わいど : skewness)

- ヒストグラム分布が対称の形からどれだけ歪んでいるか
- 平均よりも小さい濃度値側に長く尾をひくようなヒストグラムの場合は負の値, 逆側は正の値

$$SKW = \frac{1}{VAR^{3/2}} \sum_{l=0}^{L-1} (l - MEN)^3 \cdot P(l)$$

### – 尖度 (せんど : kurtosis)

- ヒストグラムの形が平均値付近にどれだけ集中しているか

$$KRT = \frac{1}{VAR^2} \sum_{l=0}^{L-1} (l - MEN)^4 \cdot P(l)$$

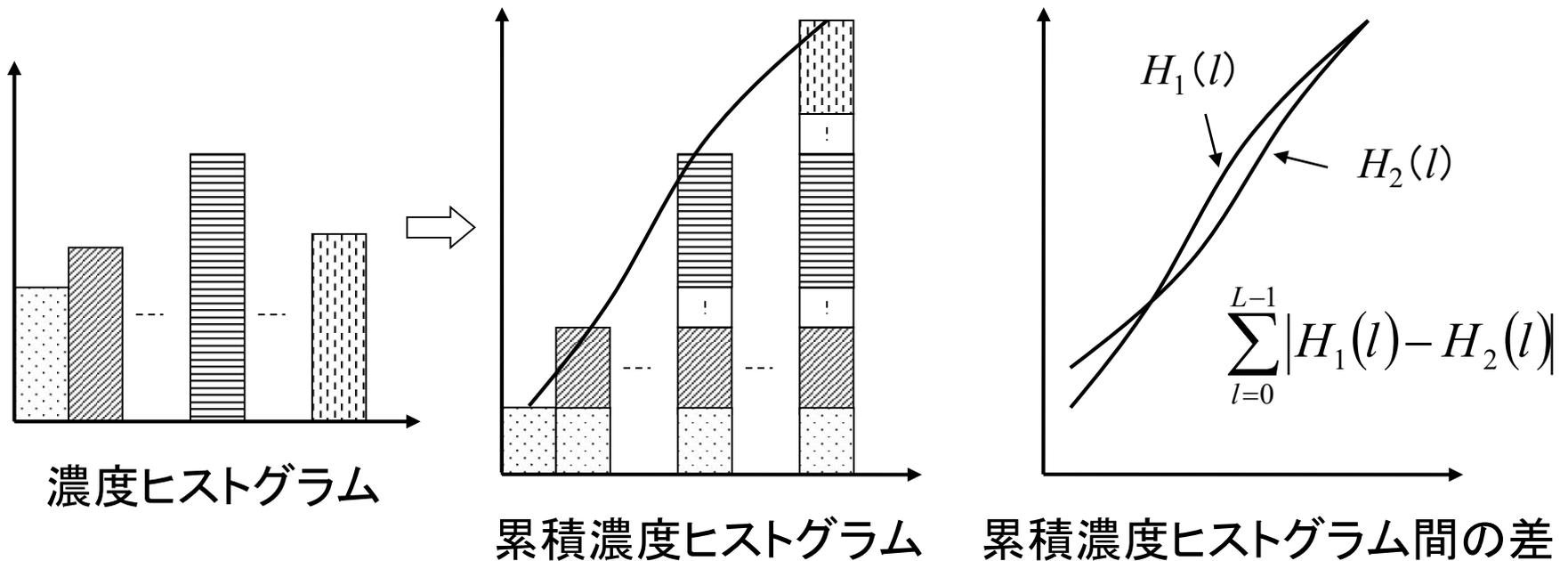
# テクスチャ特徴

- ヒストグラム特徴(1次統計量)

	MEN	VAR	CNT	SKW	KRT
タイル	165.03	1896.9	29132.6	-1.39	5.20
コンクリート	118.54	3041.3	17092.5	0.24	1.99
レンガ	157.20	3065.2	27777.4	-1.04	2.82
木目	150.64	709.2	23402.9	-0.02	2.46
砂利	162.60	820.9	27260.5	-0.26	3.36

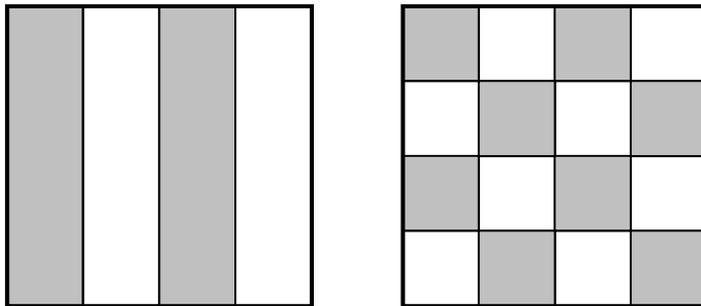
# テクスチャ特徴

- ヒストグラム特徴によるテクスチャの類似性評価
  - 1次統計量が同じ値であるかどうか
  - ヒストグラム形状が同じであるかどうか
    - 累積濃度ヒストグラムの相違度を計算する



# テクスチャ特徴

- ヒストグラム特徴を用いるときの注意点
  - 同じテクスチャでも, 照明の強弱によって特徴が変化
    - ⇒ 濃度の平均値や分散の正規化などを行う
- ヒストグラム特徴の問題点
  - 2次元的な濃度変化の特徴をとらえることができない
    - ⇒ エッジに関するヒストグラムと併用して用いる

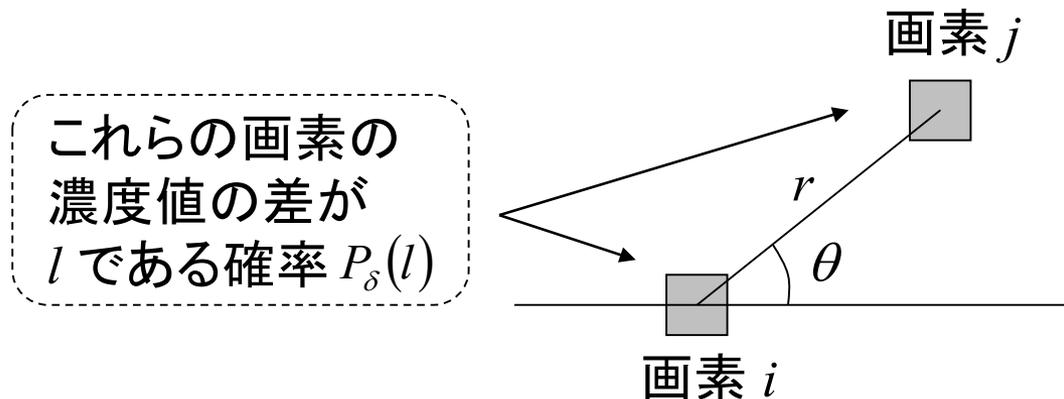


左の2枚の画像は  
濃度ヒストグラムの形は同じ  
エッジに関するヒストグラムは  
異なる

# テクスチャ特徴

- 差分統計量

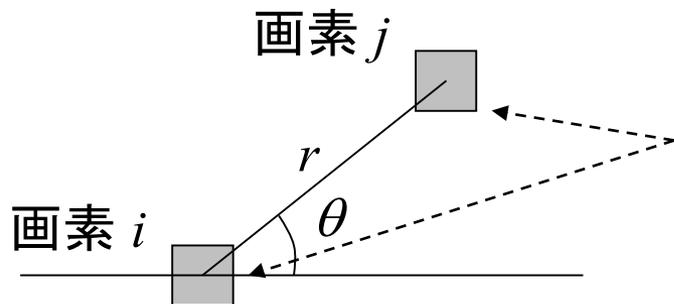
- 画像領域において、変異  $\delta = (\theta, r)$  の相対的位置関係にある画素対の濃度値の差を求める
- その差が  $l$  である確率  $P_\delta(l)$  を特徴として用いる
- ヒストグラム特徴量 (MEN, VAR, CNT, SKW, KRT, ENG, EPY) において、 $P(l)$  の代わりに  $P_\delta(l)$  を入れてそれぞれの特徴量を計算してもよい



# テクスチャ特徴

- 濃度共起行列(2次統計量)

- ある画素  $i$  から変異  $\delta = (\theta, r)$  だけ相対的に離れた画素  $j$  の画素対について, それらの値が  $L_i, L_j$  である組み合わせを数える
- 数え合わせた結果を行列  $p_\delta(L_i, L_j)$  の  $L_i$  行  $L_j$  列要素の値とする(これを出現頻度という)
- 各行列要素を出現頻度の総数(行列要素の総数)で割った  $P_\delta(L_i, L_j)$  を濃度共起行列とする



このような位置関係にある画素の値がそれぞれ  $L_i, L_j$  である組み合わせを画像全体で数え,  $p_\delta(L_i, L_j)$  の  $L_i$  行  $L_j$  列要素に書き入れる

# テクスチャ特徴

- 濃度共起行列(出現頻度)の例

0	0	0	1	1
1	1	2	2	2
2	3	3	3	3
3	3	0	0	1
1	1	1	2	2

画像データ

濃度値

	0	1	2	3
0	6	2	0	1
1	2	8	2	0
2	0	2	6	1
3	1	0	1	8

濃度値

$$P_{(0^\circ, 1)}(L_i, L_j)$$

180度方向も  
0度と考える

	0	1	2	3
0	0	3	2	2
1	3	0	4	4
2	2	4	0	4
3	2	4	4	2

$$P_{(90^\circ, 1)}(L_i, L_j)$$

270度方向も  
90度と考える

- 逆方向を同じ方向として考えない場合, 濃度共起行列は非対称行列となる
- 実際には, 濃度ヒストグラムを正規化し, 濃度値レベルを16くらいに抑えてから行列を求める

# テクスチャ特徴

- 濃度共起行列から計算される特徴量

- コントラスト  $CNT = \sum_{L_i=0}^{L-1} \sum_{L_j=0}^{L-1} (L_i - L_j)^2 P_\delta(L_i, L_j)$

- 分散  $VAR = \sum_{L_i=0}^{L-1} \sum_{L_j=0}^{L-1} (L_i - \mu_x)^2 P_\delta(L_i, L_j)$

- 相関  $CRR = \frac{\sum_{L_i=0}^{L-1} \sum_{L_j=0}^{L-1} L_i L_j P_\delta(L_i, L_j) - \mu_x \mu_y}{\sigma_x \sigma_y}$

$$\mu_x = \sum_{L_i=0}^{L-1} \left\{ L_i \sum_{L_j=0}^{L-1} P_\delta(L_i, L_j) \right\} \quad \mu_y = \sum_{L_j=0}^{L-1} \left\{ L_j \sum_{L_i=0}^{L-1} P_\delta(L_i, L_j) \right\}$$

$$\sigma_x^2 = \sum_{L_i=0}^{L-1} \left\{ (L_i - \mu_x)^2 \sum_{L_j=0}^{L-1} P_\delta(L_i, L_j) \right\} \quad \sigma_y^2 = \sum_{L_j=0}^{L-1} \left\{ (L_j - \mu_y)^2 \sum_{L_i=0}^{L-1} P_\delta(L_i, L_j) \right\}$$

# フーリエ(パワースペクトル)特徴

- テクスチャ特徴として用いる方法(1)

- 方向  $\theta$  におけるフーリエ特徴

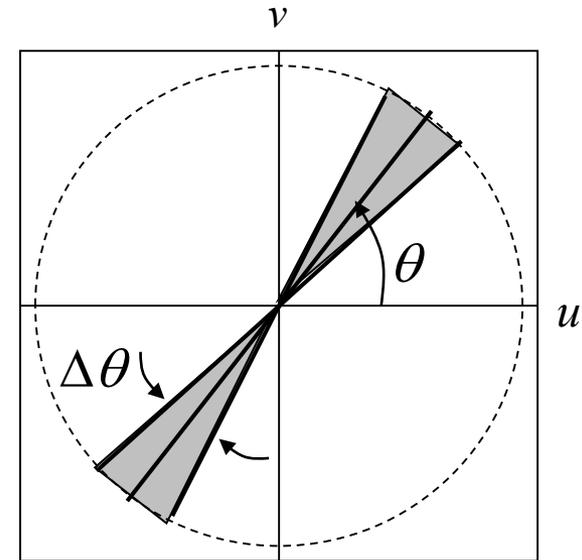
- テクスチャの方向性を表す

$$P(\theta) = \sum_{\theta'=\theta-\Delta\theta/2}^{\theta+\Delta\theta/2} \sum_{r=1}^{r_{\max}} P(\theta', r)$$

$r_{\max}$  は  $r$  に関して計測する最大値

$\Delta\theta$  は  $\theta$  に関する計測幅

- $P(\theta)$  が大きい値になるということは,  $\theta$  方向に濃度変化があるテクスチャであるということができる



$P(\theta)$  は塗りつぶされた部分のパワースペクトルを足し合わせたもの

# フーリエ(パワースペクトル)特徴

## • テクスチャ特徴として用いる方法(2)

### – 距離 $r$ におけるフーリエ特徴

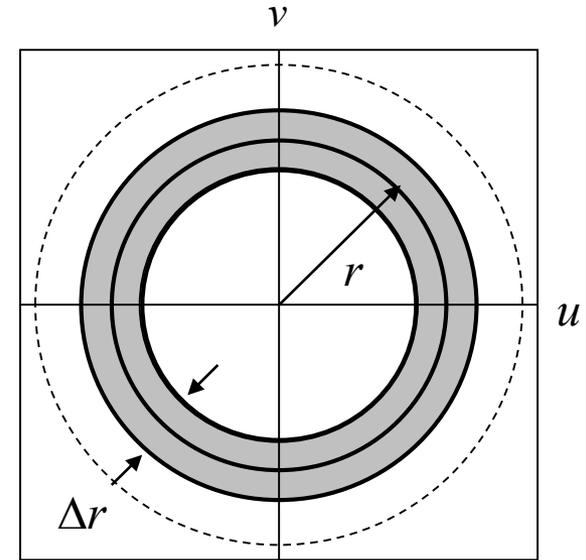
- テクスチャの濃度変化(粗さ)の特徴を表す

$$P(r) = \sum_{r'=r-\Delta r/2}^{r+\Delta r/2} \sum_{\theta=0}^{\theta_{\max}} P(\theta, r')$$

$\theta_{\max}$  は  $\theta$  に関して計測する最大値

(通常は  $\theta_{\max} = \pi$  でよい)

$\Delta r$  は  $r$  に関する計測幅



$P(r)$  は塗りつぶされた部分のパワースペクトルを足し合わせたもの

- $P(r)$  が大きい値になるということは,  $r$  に相当する空間周波数の規則的な濃度変化の繰り返しが存在する

# 画像の空間周波数特徴によるデータ圧縮

- 周波数スペクトルを利用した画像圧縮

- 画像データの空間周波数

- ⇒ 低周波領域にスペクトルが偏って現れる傾向がある

- 人間の視覚

- ⇒ 空間周波数の高い濃淡の変化に鈍感

- 圧縮方法

不可逆圧縮

- 低周波スペクトルに短いビット長の符号, 高周波スペクトルに長いビット長の符号を割り当てる
    - 高周波領域のスペクトルを切り捨てる ←-----